

## کاربرد مدل رگرسیون وزن دار فضایی (GWR) در بررسی روابط بین متغیرهای فضایی در یک پهنه شهری، نمونه موردی: منطقه ۷ شهرداری تهران

تاریخ دریافت: ۸۹/۱/۵۴  
تاریخ پذیرش نهایی: ۸۹/۴/۶

علی سلطانی\* - علیرضا احمدیان\*\* - یوسف اسمعیلی ایوکی\*\*\*

### چکیده

شهرها محل اسکان افراد و برخوردار از ابعاد متعددی از جمله اقتصادی، اجتماعی و کالبدی هستند. روابط متقابل این مولفه‌ها با یکدیگر در قالب جریان‌هایی ظاهر می‌شوند که بر کیفیت محیط انسان ساخت از یک طرف و کیفیت زندگی انسان از طرفی دیگر موثرند. به همین دلیل، بررسی این روابط از حیث مقدار و جهت حائز اهمیت است. تحلیل‌های کلاسیک آماری همانند همبستگی و رگرسیون، از جمله روش‌های معمول برای این منظور هستند. اما، از آنجا که در این روش‌ها، اطلاعات معمولاً در گستره وسیعی از فضا بررسی می‌شوند، ضرائب خطای ناشی از دخالت عامل فضا بالا بوده و نمی‌توان ادامه روند روابط را به صورت دقیق پیش بینی کرد.

یکی از روش‌های جدید برای دستیابی به دقت بالاتر در تحلیل روابط متأثر از فضا، روش رگرسیون وزن دار فضایی است. این روش برای نخستین بار در دهه اخیر توسط فوترینگام<sup>۲</sup>، چالتون<sup>۳</sup> و برانسدون<sup>۴</sup> اساتید دانشگاه‌های بریتانیا معرفی گردید. روش رگرسیون وزن دار فضایی، کاربردهای متنوعی از جمله آشکار کردن و تحلیل متغیرها در مقیاس محلی دارد، و در تحقیقات مرتبط با فضا در رشته‌هایی همانند برنامه ریزی شهری و منطقه‌ای، محیط شناسی، ژئوماتیک، جغرافیا و ... مورد استفاده قرار گرفته است.

در این مقاله سعی شده است تا نتایج حاصل از تحلیل تراکم شهری با مدل رگرسیون وزن دار فضایی در منطقه ۷ شهر تهران معرفی گردد. میزان تراکم ساختمانی و تراکم جمعیتی در منطقه ۷ تهران به کمک برخی از متغیرهای اجتماعی-اقتصادی همانند قیمت زمین، سطح سواد و سطح اشتغال در سطح محلی و به تعداد ۱۲۰۰ بلوک شهری پیش‌بینی گردیده است. به منظور پی بردن به دقت و اهمیت رگرسیون وزن دار فضایی، خروجی حاصله از این مدل با خروجی بدست آمده از رگرسیون معمولی (OLS)<sup>۵</sup> به صورت گرافیکی و عددی مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج این مقایسه، بیانگر دقت بالاتر و برتری نسبی روش رگرسیون وزن دار فضایی در تحلیل تراکم شهری است.

### کلید واژه‌ها:

فضا، مدل‌سازی شهری، رگرسیون، رگرسیون وزن دار فضایی، منطقه ۷ شهرداری تهران.

## مقدمه

امروزه بسیاری از مطالعات علمی، مستلزم استفاده از آن دسته از اطلاعات عددی و آماری است که متأثر از مفهوم فضا و محیط است. در این گونه مطالعات، میزان و نحوه اثرگذاری فضا دارای اهمیت می‌باشد و نادیده گرفتن اثر فضا، خطا در برآورد، تخمین و پیش‌بینی را به دنبال خواهد شد. مانوئل کاستلز<sup>۶</sup> استاد برنامه‌ریزی شهری و اجتماعی در دانشگاه کالیفرنیا از فضای جغرافیایی تعریف و تفسیری این چنین ارائه می‌دهد: «فضا تولید مادی در ارتباط با سایر عوامل مادی است. در بین سایر عوامل، خود انسان قرار گرفته است که در داخل روابط اجتماعی به ویژه به فضا، فرم و کارکرد اجتماعی می‌بخشد. مفهوم فضای جغرافیایی به ویژه برای تجزیه و تحلیل محیط انسانی، امری مناسب به شمار می‌رود (هاشمی، ۱۳۸۱).

شهر تهران به عنوان بزرگ‌ترین قطب اقتصادی و کالبدی و اجتماعی کشور از دیرباز مورد توجه تحلیل‌گران و منتقدان شهری بوده است. در این میان، منطقه ۷ تهران، بدلیل قرارگیری در مرکز شهر، یکی از مناطق پرتردد و پرجمعیت شهر محسوب می‌شود. و با بررسی در کنش‌های موجود در سطح این منطقه می‌توان به چشم اندازی از روابط مشابه در مجموعه کلانشهر تهران دست یافت. موضوع تراکم شهری یکی از چالش‌های مدیریت شهری تهران است. چگونه می‌توان به آستانه‌ای از تراکم شهری دست یافت که از یک طرف آستانه حضور پذیری انسان و فعالیت‌های اقتصادی-اجتماعی را در فضا تضمین کند و از طرفی دیگر، برخوردار از پیامدها و بازتاب‌های زیان بار کمتری باشد. اصولاً، شکل‌گیری و رفتار مولفه تراکم شهری تابع چه عواملی است.

### ۱. سوابق موضوع و نمونه‌هایی از کاربرد رگرسیون وزن‌دار فضایی در برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای الف - بررسی پراکندگی نامنظم شهری با استفاده از تصاویر ماهواره‌ای و رگرسیون وزن‌دار فضایی در منطقه غرب بالتیمور و واشنگتن

در این نمونه از رگرسیون وزن‌دار فضایی و تکنیک‌های آشکارسازی تصاویر ماهواره‌ای، برای آشکار کردن و تحلیل پراکندگی نامنظم شهر (طی سال‌های ۱۹۸۹ تا ۲۰۰۲) در منطقه غرب بالتیمور و واشنگتن استفاده شد. این تحقیق نشان داد اطلاعات فضایی غیر ثابت محلی از تصویرهای ماهواره‌ای می‌تواند بر آشکار کردن تغییر در پراکندگی نامنظم شهری مؤثر باشد. این تحقیق شامل تحلیل قابل درکی از انواع متفاوت تغییر در پوشش زمین است.

ب - تحلیل مولفه‌های محتوایی اصلی شهر و رگرسیون وزن‌دار فضایی در مینه‌سوتای ایالات متحده  
با ترکیب دو روش متفاوت، تحلیل جزء اصلی (تحلیل عاملی)<sup>۷</sup> و رگرسیون وزن‌دار فضایی، مدل جدیدی برای بررسی کاربری زمین شهری ایجاد می‌گردد. بدین ترتیب موقعیت فضایی کاربری زمین شهری و اثرات عامل‌های اجتماعی و محیطی بر آن ارزیابی می‌شود. ابتدا عوامل اصلی همانند فاصله، قیمت، درآمد و زیرساخت‌ها استخراج شده و سپس مزیت‌های استفاده از رگرسیون وزن‌دار فضایی بیان می‌شود.

ج - مدلسازی دستیابی به مدارج آموزشی در ایالت جورجیا آمریکا  
در این تحقیق نمونه ساده‌ای از دستیابی به مدارج آموزشی در بخش‌های مختلف ایالت جورجیا مورد بررسی قرار گرفت. متغیر وابسته در این تحقیق، ساکنینی هستند که دارای مدرک کارشناسی یا بالاتر در هر بلوک می‌باشند و متغیرهای مستقل مورد استفاده، عبارتند از نسبت افراد سالخورده در هر بخش، نسبت ساکنینی که در خارج از ایالت متولد شده‌اند، نسبت ساکنینی که زیر خط فقر زندگی می‌کنند و نسبت ساکنین سیاه پوست در هر بلوک. نقشه‌های خروجی حاصل از این تحقیق نشان دهنده دقت بالاتر در استفاده از مدل رگرسیون وزن‌دار فضایی بجای مدل کلاسیک رگرسیون است.

د - عوامل موثر در تغییر کاربری زمین در دره کاتماندو (نیپال) با رهیافت رگرسیون وزن‌دار فضایی  
کنترل تغییرات منظرهای شهری در مبحث مدیریت شهر همواره بسیار با اهمیت بوده است. هدف در این تحقیق شناخت عوامل موثر در تغییر کاربری زمین (LUC)<sup>۸</sup> در جستجوی میزان گسترش و مکان تغییرات منظرهای شهری بوده است. متغیر وابسته، میزان تغییر کاربری زمین است که طی سال‌های ۱۹۹۱ تا ۲۰۰۰ میلادی در محدوده مورد نظر اتفاق افتاده است. متغیرهای مستقل عبارتند از: تغییرات جمعیتی در بازه زمانی ذکر شده، مساحت زمین‌های زراعی در سال ۱۹۹۱، میانگین شیب، مساحت اراضی جنگلی در سال ۱۹۹۱، میانگین فاصله بدنه‌های آبی در سال ۱۹۹۱ و میانگین فاصله تا راه‌ها در سال ۱۹۹۱. مدل اکتشاف میزان تغییر کاربری زمین در این تحقیق، بوسیله مدل‌های رگرسیون معمولی و رگرسیون وزن‌دار فضایی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل نشان دهنده این است که مدل رگرسیون وزن‌دار فضایی از توانایی بیشتری در توضیح تغییرات متغیرها برخوردار است و همچنین میزان تغییر کاربری زمین را با باقیمانده استاندارد کمتری نسبت به مدل‌های رگرسیون معمولی کلاسیک مدلسازی می‌کند.

## ۵- مدلسازی تغییرات فضایی الگوهای رشد شهری در چین، نمونه موردی شهر نانجینگ

در مقایسه با دیگر شهرهای ساحلی کشور چین که با سرعت زیادی در حال رشد هستند شهر نانجینگ نسبتاً به صورت یک شهر متراکم<sup>۹</sup> باقی مانده است. در این تحقیق رگرسیون لاجستیک کلی (بدون در نظر گرفتن روابط فضایی) و رگرسیون لاجستیک فضایی برای مدلسازی احتمال گسترش زمین‌های شهری با توجه به مجموعه متغیرهای فضایی بکار رفته‌اند. در این تحقیق احتمال تبدیل کاربری غیر شهری به شهری در طی سال‌های ۱۹۸۸ و ۲۰۰۰ (استخراج شده از تصاویر Landsat TM) به عنوان متغیر وابسته در دو مدل لاجستیک<sup>۱۰</sup> مذکور، انتخاب شده‌اند. احتمال تبدیل کاربری غیرشهری به کاربری شهری به صورت مقادیر بین ۰ (غیر قابل تبدیل) و ۱ (قابل تبدیل) در هر دو مدل وارد شده‌اند. متغیرهای مستقل در این تحقیق عبارتند از: فاصله تا بزرگراه، فاصله تا راه اصلی، فاصله تا راه آهن، فاصله تا رودخانه یانگ تسه، فاصله تا پل یانگ تسه، فاصله تا مراکز شهری، فاصله تا مراکز حومه شهری، فاصله تا مراکز صنعتی، تراکم زمین‌های کشاورزی، تراکم زمین‌های مصنوعی، تراکم جنگل و تراکم بدنه‌های آبی. نتایج بدست آمده در این تحقیق بر نکویی برآزش<sup>۱۱</sup> بهتر مدل لاجستیک رگرسیون وزن دار فضایی نسبت به مدل رگرسیون لاجستیک کلی دلالت دارد و همچنین در کشف رابطه میان متغیرهای وابسته و متغیرهای مستقل، دارای عملکرد بسیار بهتری است.

## ۵- مدلسازی ساختار فضایی شهری با استفاده از رگرسیون وزن دار فضایی در شهر سانگای پتنی<sup>۱۲</sup> در کشور مالزی

به طور کلی می‌توان گفت رگرسیون وزن دار فضایی روشی جدید جهت مدلسازی فرآیندهای ناهمگن فضایی است و به دلیل قابلیت تحلیلی بالاتر، تحلیل جزئیات بیشتر، سبب افزایش دقت و کارائی در برنامه‌ریزی می‌شود. در این مقاله ساختار فضایی شهر سانگای پتنی بر اساس شاخص فضاهای مصنوعی مورد بررسی قرار گرفته است و مدل رگرسیون وزن دار فضایی برای تخمین میزان ارتباط میان تغییرات آن طی سال‌های ۱۹۹۲ تا ۲۰۰۲ میلادی و عوامل موثر در تغییرات شهری به کار گرفته شده است. در این تحقیق ۲۰ متغیر به عنوان نماینده‌هایی از میزان دسترسی، مجاورت، همسایگی، مناطق کاربری و متغیرهای فیزیکی با فرض تأثیرگذاری آنها در متغیر وابسته وارد مدل شده‌اند. در این تحقیق، مدل رگرسیون وزن دار فضایی، روابط میان متغیرها را به صورت بهتری نسبت به مدل رگرسیون معمولی برآورد کرده است، به طوری که، مجذور ضریب تعیین از ۰/۲۹ در مدل رگرسیون معمولی به ۰/۶۳ در مدل رگرسیون وزن دار فضایی افزایش داشته است.

تحلیل رگرسیون روشی برای مدلسازی و تحلیل داده‌های عددی است. داده‌ها شامل مقدارهایی برای متغیر وابسته و یک یا چند متغیر مستقل هستند. هدف از تحلیل رگرسیون، بیان متغیر وابسته به شکل تابعی از متغیر(های) مستقل، ضرایب و مقادیر خطا است، تا از این طریق، بتوان رفتار متغیر وابسته را در اوقات زمانی آتی پیش‌بینی نمود. روش رگرسیون وزن دار فضایی به عنوان شاخه‌ای جدید از تحلیل رگرسیون، قادر به شناخت و بررسی روابط میان متغیرهاست؛ زمانی که تأکید بر داده‌های محلی و موقعیت رخداد متغیرها باشد.

## ۲. مواد و روش‌ها

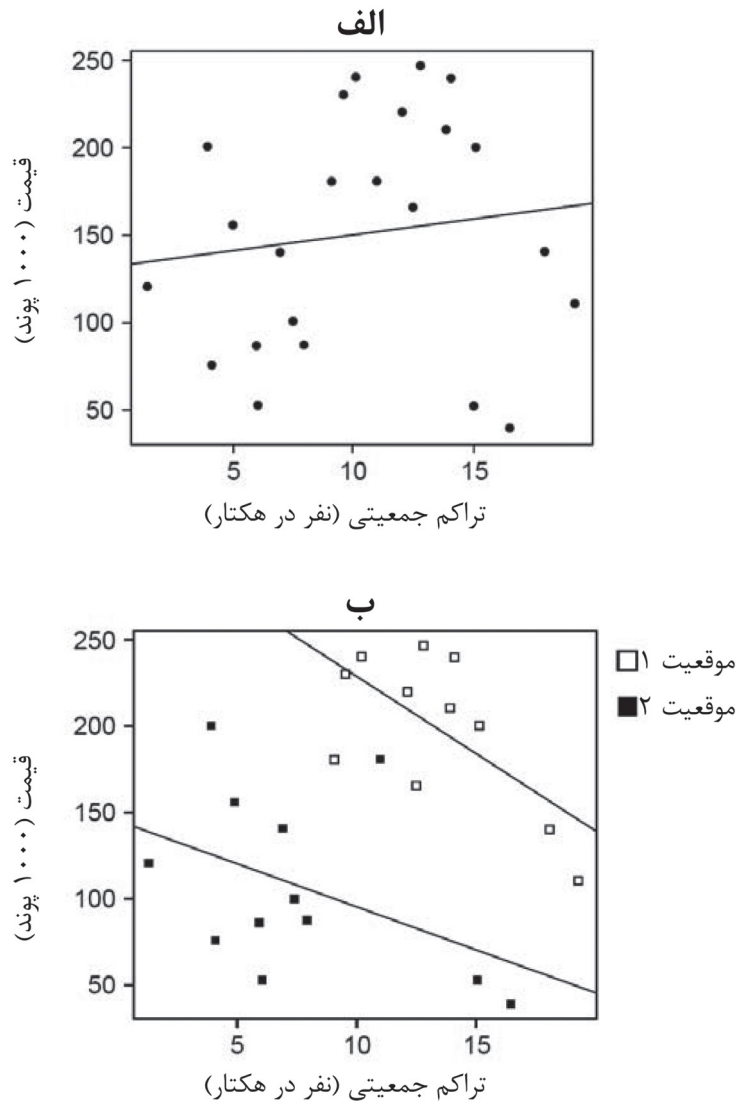
فضا موضوعی است که در علوم همچون ریاضیات، نجوم، فیزیک، شیمی، اقتصاد، جامعه‌شناسی، معماری، شهرسازی و جغرافیا مطرح می‌شود و در هر یک از این علوم، ممکن است با تعاریف گوناگونی ارائه شود (افروغ، ۱۳۷۷). عناصر اصلی هر کالبد یا فضای شهری را در دیدگاه مشترک ریاضیات، معماری و جغرافیا می‌توان در چهار زیر مجموعه مهم خلاصه نمود. به عبارت دیگر، عناصر سازنده یک مکان در چهار عامل کالبدی مستتر هستند. این عوامل شامل: نقطه، خط، سطح و حجم می‌باشند. تجمع نقاط، خطوط، سطوح و احجام در کنار هم، سازنده پدیده تکامل یافته‌تری به نام «مکان» است. مکان در بردارنده مشخصات مهمی چون عناصر طبیعی و انسانی است. مکان با ویژگی‌هایی همانند طول و عرض جغرافیایی برای هر نقطه معرفی می‌گردد. از طرفی دیگر، مکان می‌تواند واجد ارتفاعی مشخص از سطح دریا و بسیاری مشخصات طبیعی و انسانی دیگر نیز باشد.

در آمار فضائی<sup>۱۳</sup>، معمولاً با داده‌هایی روبرو هستیم که جنبه‌های مکانی در آنها مطرح است. لذا قبل از هر چیز باید به تعیین کمیت و مقدار عددی جنبه‌های مکانی پرداخت. برای انجام این موضوع دو منبع اطلاعاتی در اختیار است: یکی موقعیت در صفحه مختصات که از طریق طول و عرض جغرافیایی بیان می‌شود و بر این اساس می‌توان فاصله هر نقطه در فضا را یا فاصله هر مشاهده قرار گرفته در هر نقطه را نسبت به نقاط یا مشاهدات ثابت یا مرکزی محاسبه نمود. بنابراین مشاهداتی که به هم نزدیک ترند نسبت به آنهایی که از هم دورترند، منعکس کننده وابستگی فضایی بالاتر هستند. دومین منبع اطلاعات مکانی، مجاورت و همسایگی است که منعکس کننده موقعیت نسبی در فضای یک واحد منطقه‌ای مشاهده شده، نسبت به واحدهای دیگری از این قبیل می‌باشد. معیار نزدیکی و مجاورت بر اطلاعات به دست آمده از روی نقشه جامعه مورد مطالعه

مبتنی خواهد بود و بر اساس این اطلاعات می‌توان تعیین نمود که کدام مناطق با هم، همسایه یا مجاور هستند، یعنی دارای مرزهایی هستند که به هم می‌رسند. واحدهایی که دارای رابطه همسایگی یا مجاورت هستند نسبت به محل‌ها یا واحدهایی که دورتر هستند درجه وابستگی فضایی بالاتری را نشان می‌دهند (اکبری، ۱۳۸۰). نکته مهمی که در اینجا وجود دارد تخمین کلی ارتباط است که گاهی اوقات به صورت تفاسیر انحرافی و گمراه کننده از ارتباطات محلی ارائه می‌گردد.

تصویر زیر در تفهیم این مطلب بسیار مهم است. در این تصویر، یک مثال فضایی از این نوع تناقض که به تناقض سیمپسون<sup>۱۴</sup> مشهور است، مشاهده می‌شود. تصویر ۱ مثالی از تناقض سیمپسون در حالت الف، داده‌های تفکیک نشده فضایی و در حالت ب، داده‌های تفکیک شده فضایی، زمانی که خط رگرسیون از میان داده‌ها عبور می‌کند، قابل مشاهده است (Brunsdon, et al, 2002).

تصویر ۱: نمایشی از تناقض سیمپسون



تناقض سیمپسون به صورت کلی به معکوس شدن نتایج اشاره دارد. زمانی که گروه داده‌ها به طور جداگانه - فارغ از مختصات مکانی - مورد بررسی قرار می‌گیرد و زمانی که ترکیب می‌شوند با دو رفتار متفاوت مواجه می‌شویم. در مثال ارائه شده در شکل فوق، داده‌های ترسیم شده، ارتباط میان قیمت خانه و تراکم جمعیتی ناحیه‌ای که خانه در آن قرار دارد را نشان می‌دهد. در نمودار (الف) داده‌های حاصل از مشاهدات تصادفی بیانگر آن است که یک رابطه همبستگی خطی مستقیم میان تراکم جمعیتی و قیمت خانه برقرار است. در حالی که در نمودار (ب)، داده‌ها براساس موقعیت فضایی تفکیک شده و در دو موقعیت، رابطه خطی میان قیمت خانه و تراکم جمعیت دارای جهت منفی است. تناقض سیمپسون، در واقع، نقش متغیر موقعیت فضایی در تبیین روابط بین متغیرها را بیان می‌کند و نشانگر این نکته مهم است که بی توجهی به عامل

فضا ممکن است موجب تفسیرهای نادرست از روابط فضایی متغیرها گردد. در حالت کلی، تفاوت بین آمار فضایی (متأثر از عامل فضا) و آمار کلی (بدون در نظر گرفتن موقعیت فضایی) را می توان به صورت جدول زیر بیان کرد که بر ویژگی های مثبت آمار فضایی تأکید می کند (جدول ۱) (Brunsdon, et all, 2002).

جدول ۱: تفاوت بین آمار فضایی و آمار کلی بدون در نظر گرفتن موقعیت فضایی

کلی	فضایی	کلی
قابلیت پرداختن به جزئیات	جزئیات محلی از اطلاعات کلی	خلاصه کردن اطلاعات برای تمام سطح منطقه
ابعاد تجزیه و تحلیل	چند متغیره	تک متغیره و چند متغیره
قابلیت بیان و ترسیم	قابلیت بهتر ترسیم و بیان گرافیکی	ترسیم کلی
قابلیت سازگاری با GIS	سازگار با GIS و دارای توجیه مختصاتی	ناسازگار با GIS و فاقد توجیه مختصاتی
رویکرد تجزیه و تحلیل	تأکید بر تفاوتها در سر تا سر فضا	تأکید بر شباهتها در سر تا سر فضا
روش تجزیه و تحلیل	رگرسیون وزن دار فضایی	رگرسیون معمولی

چنانچه در قسمت قبل گفته شد، زمانی که رابطه بین متغیرهای مستقل و وابسته در بخشی از دامنه مطالعه مثبت و در بخشی دیگر منفی شود، مدل رگرسیون معمولی قادر به تشخیص رابطه بین متغیرهای مستقل و وابسته به طور دقیق نخواهد بود.<sup>۱۵</sup> علاوه بر آن، تحلیل داده های فضایی، نیازمند رویکردی متفاوت به مقوله ارتباط بین متغیرهای مستقل و وابسته در مدل است. در حالت کلی معادله یک رگرسیون خطی چند متغیره به صورت زیر خواهد بود:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_m x_{mi} + \varepsilon_i \quad (1)$$

در اینجا تخمین متغیر وابسته از میان ترکیب خطی متغیرهای مستقل بدست می آید. طبق برآورد کننده رگرسیون معمولی داریم:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (2)$$

$\hat{\beta}$  بردار پارامترهای تخمین زده شده،  $X$  ماتریس متغیرهای مستقل،  $y$  بردار مقادیر مشاهده شده و  $(X^T X)^{-1}$  معکوس ماتریس واریانس کواریانس است. در صورتی که اگر مؤلفه وزن مشاهدات در معادله رگرسیون وارد شود رابطه فوق به یک رابطه رگرسیون وزن دار فضایی تبدیل می شود (Brunsdon, et all, 2002).

$$\hat{\beta} = (X^T W X)^{-1} X^T W y \quad (3)$$

ایده اصلی رگرسیون وزن دار فضایی بر این اساس است که بررسی متغیرهای مستقل و وابسته در پهنه مورد مطالعه، در مکان هایی صورت می گیرد که موقعیت آنها مشخص است. مشاهدات نزدیک تر به هر موقعیت، دارای وزن بیشتر و مشاهدات دورتر، دارای وزن کمتری هستند. اگر مجموعه ای از داده ها شامل یک متغیر وابسته  $y$ ،  $m$  متغیر مستقل  $X_k, k=1 \dots m$  در نظر گرفته شود و برای هر  $n$  مشاهده، سنجه ای از موقعیت این مشاهدات در یک سیستم مختصات مناسب در دسترس باشد، معادله رگرسیون وزن دار فضایی به صورت زیر خواهد بود:

$$y_i(\mathbf{u}) = \beta_{0i}(\mathbf{u}) + \beta_{1i}(\mathbf{u})x_{1i} + \beta_{2i}(\mathbf{u})x_{2i} + \dots + \beta_{mi}(\mathbf{u})x_{mi} \quad (4)$$

نماد  $\beta_{0i}(\mathbf{u})$  نشانگر این است که پارامتر، ارتباطی را در اطراف موقعیت  $\mathbf{u}$  توصیف می کند که مخصوص همین موقعیت است.<sup>۱۶</sup> تخمین در این مدل بر اساس WLS<sup>۱۷</sup> بوده با این توضیح که وزن ها در موقعیت  $\mathbf{u}$  در ارتباط با سایر مشاهدات در گروه داده ها هستند.

$$\hat{\beta}(\mathbf{u}) = (X^T W(\mathbf{u}) X)^{-1} X^T W(\mathbf{u}) y \quad (5)$$

$W(\mathbf{u})$  ماتریس مربع وزن برای موقعیت  $\mathbf{u}$ ، در پهنه مورد مطالعه است.  $X^T W(\mathbf{u}) X$  ماتریس واریانس کواریانس وزن جغرافیایی است که برای بدست آوردن برآوردها باید معکوس گردد و  $y$  بردار متغیر وابسته است. وزن های جغرافیایی در ماتریس  $W(\mathbf{u})$  بر روی قطر اصلی بوده و سایر درایه های ماتریس صفر هستند.

رگرسیون وزن دار فضایی با تولید داده های فضایی این امکان را بوجود می آورد تا تغییر فضایی در روابط بین متغیرها

مورد بررسی قرار گیرد. نقشه‌هایی که از این داده‌های فضایی حاصل می‌شوند نقش کلیدی در تحقیق و تفسیر شرایط موجود بازی می‌کنند. روش رگرسیون وزن‌دار فضایی نخستین بار در سال ۱۹۹۱ و برای بررسی عوامل تأثیرگذار در قیمت خانه‌ها در لندن مورد استفاده قرار گرفت. در همین راستا مطالعات دیگری بصورت محدود در نقاط مختلف دنیا با استفاده از این مدل صورت پذیرفته است که برخی از آنها اشاره می‌گردد.

### ۳. معرفی محدوده مورد مطالعه و شیوه تجزیه و تحلیل اطلاعات آن

تهران بزرگ‌ترین شهر و پایتخت کشور ایران با جمعیت بالغ بر ۸ میلیون نفر و مساحت بیش از ۷۰۰ کیلومتر مربع است؛ که به همراه توابع خود (استان تهران)، جمعیتی بیش از ۱۳ میلیون نفر و مساحتی در حدود ۱۹۰۰۰ کیلومتر مربع دارد. تراکم جمعیت در تهران یازده هزار نفر در هر کیلومتر مربع برآورد می‌شود که بنابر آمار موجود، این شهر شانزدهمین شهر پرتراکم جهان است. ساختار اداری کشور در تهران متمرکز شده است. تهران به ۲۲ منطقه و ۱۱۲ ناحیه (شامل ری و تجریش) تقسیم شده است. از نمادهای شهری تهران می‌توان به برج آزادی و برج میلاد اشاره کرد. منطقه ۷ یکی از مناطق مرکزی شهر تهران است. این منطقه از شمال به مناطق ۳ و ۴، از جنوب به مناطق ۱۳ و ۱۲، از غرب به منطقه ۶ و از شرق به منطقه ۸ محدود است. منطقه ۷ از لحاظ وسعت مقام پانزدهم را در بین مناطق شهر تهران دارا می‌باشد. این منطقه از شمال به بزرگراه رسالت از غرب به بزرگراه مدرس، میدان هفت تیر و خیابان مفتوح، از جنوب به خیابان انقلاب، میدان امام حسین و خیابان دماوند و از شرق به خیابان سیلان و خیابان استاد حسن بنا محدود می‌گردد. این منطقه که در مرکز و قلب تهران واقع شده دارای ۵ ناحیه، ۱۶ محله و وسعتی حدود ۱۵/۳ کیلومتر مربع و جمعیتی بیش از ۳۰۰ هزار نفر می‌باشد. شیب طبیعی منطقه به صورت شمالی-جنوبی، شرقی-غربی و غربی-شرقی می‌باشد. این منطقه بیشتر کارمند نشین بوده و دارای تنوع اجتماعی و طبقاتی است. منطقه ۷ دارای ۱۱۷۸ بلوک شهری است (سازمان شهرداری‌های بزرگ شهر تهران، ۱۳۸۵) که بررسی متغیرهای اجتماعی، اقتصادی و کالبدی در این پژوهش، بر پایه اطلاعات این بلوک‌ها صورت می‌گیرد.

### ۴. تجزیه و تحلیل داده‌ها

در این تحقیق از روش رگرسیون وزن‌دار فضایی برای برآورد متغیر تراکم شهری (تراکم جمعیتی و تراکم ساختمانی) به کمک متغیرهای مستقل انجام شده است. تجزیه و تحلیل با استفاده از نرم افزار رگرسیون وزن‌دار فضایی نسخه ۳ انجام گرفته است. این نرم افزار دارای قابلیت‌های بسیاری از جمله وزن دهی بر اساس پهنای باند مطلوب مدل، انجام آزمون‌های آماری مونت کارلو<sup>۱۸</sup> و لئونگ<sup>۱۹</sup> برای بررسی عملیات صورت گرفته می‌باشد و خروجی آن به صورت فایل Arc Info و یا جدول اطلاعات با فرمت CSV می‌باشد. برای این منظور متغیرهای مستقل و وابسته به شرح زیر مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرند (جدول ۲).

#### معرفی متغیرها

جدول ۲: متغیرهای مورد استفاده و آمار توصیفی آنها<sup>۲۰</sup>

متغیر	علامت اختصاری	کمینه	بیشینه	میانگین	انحراف معیار
تراکم جمعیتی <sup>۲۱</sup>	Density (نفر در متر مربع)	۳۵/۸۱	۲۴۲۵/۰۷	۴۵۵/۹۹	۲۰/۱۹۸
تراکم ساختمانی <sup>۲۲</sup>	FAR	۰/۹	۵/۱۵	۱/۹۷	۰/۴۲
قیمت زمین <sup>۲۳</sup>	Price (تومان)	۱,۰۰۰,۰۰۰	۲,۹۵۰,۰۰۰	۱,۸۴۸,۱۷۵	۶۵۳,۵۱۹/۷
نسبت ناخالص افراد باسواد <sup>۲۴</sup>	D_Edu	۰/۶	۱	۰/۸۹	۰/۰۴
نسبت ناخالص افراد بی سواد <sup>۲۵</sup>	D_NEdu	۰	۰/۴	۰/۰۴	۰/۰۳
نسبت ناخالص افراد مهاجر <sup>۲۶</sup>	D_Mig	۰	۰/۵۹	۰/۱۱	۰/۰۶
نسبت ناخالص مرد مهاجر <sup>۲۷</sup>	D_Mig_M	۰	۰/۴۷	۰/۰۶	۰/۰۴
نسبت ناخالص زنان شاغل <sup>۲۸</sup>	D_Emp_F	۰	۰/۲۵	۰/۰۸	۰/۰۳
نسبت ناخالص متولدین این شهر <sup>۲۹</sup>	D_Born_In	۰/۰۷	۰/۸	۰/۶۳	۰/۰۷
نسبت ناخالص مرد باسواد <sup>۳۰</sup>	D_Edu_M	۰/۲۲	۰/۷۱	۰/۴۵	۰/۰۴
نسبت ناخالص زنان بی سواد <sup>۳۱</sup>	D_NEdu_F	۰	۰/۳	۰/۰۳	۰/۰۲



تجزیه و تحلیل در دو حالت زیر انجام گرفته است:

- حالت الف: تراکم ساختمانی به عنوان متغیر وابسته

- حالت ب: تراکم جمعیتی به عنوان متغیر وابسته

برای هر دو حالت متغیر توصیف کننده مکان عبارتست از مختصات کارتیزین مرکز ثقل بلوک‌ها.

#### ۴-۱- مدل برآورد تراکم ساختمانی

در بررسی روابط بین متغیرهای مستقل و متغیر تراکم ساختمانی، ابتدا یکایک متغیرها به صورت جداگانه با متغیر وابسته، مورد آزمون مدل قرار گرفته و در نهایت متغیرهایی که دارای معناداری با متغیر وابسته براساس آزمون مونت کارلو بودند انتخاب شده و سپس همگی به صورت چندین متغیر و بطور همزمان وارد مدل شدند. متغیرهایی که دارای معناداری به صورت جداگانه بودند عبارتند از: قیمت زمین، تراکم جمعیتی، نسبت ناخالص افراد بی سواد و نسبت ناخالص افراد با سواد.

این چهار متغیر وارد مدل رگرسیون وزن دار فضایی شده و از این لحظه با هر بار اجرای مدل، همانند روش گام به گام<sup>۳۲</sup> متغیری که دارای کمترین معناداری با متغیر وابسته باشد، حذف شده و در مرحله بعدی، مدل بدون این متغیر و با بقیه متغیرها آزموده شد این الگوریتم تا جایی ادامه می‌یابد که تمام متغیرهای باقی مانده در مدل معنادار شده و نیز شاهد مقادیر مناسب در مجموع مربعات باقی مانده و مربعات باقی مانده (R-Square)<sup>۳۳</sup> تعدیل شده باشیم. در جدول زیر به طور خلاصه، مراحل طی شده قابل مشاهده است (جدول ۳).

جدول ۳: برآورد مربعات باقی مانده تعدیل شده و مجموع مربعات باقی مانده بهینه (تراکم ساختمانی به عنوان متغیر وابسته)

مدل	پارامترها	مدل رگرسیون ۱	مدل رگرسیون ۲
OLS	RSS*	۱۰/۱۶۱	۱۰/۱۷۴۲
	Adj R Sqr**	۰/۳۵۳	۰/۳۵۶
GWR	RSS	۷۱/۵۷۴	۷۰/۲۸۱
	Adj R Sqr	۰/۵۲۲	۰/۵۳۷
Sig Vars***	Intercept	Intercept	Intercept
	Price	Price	Price
	D_Edu	D_Edu	D_Edu
	Density	n/s****	n/s
	D_NEdu	n/s	Removed

\* Residual Sum of Squares

\*\* Adjusted R Square

\*\*\* Signifiant Variables

\*\*\*\* Non Significant

در حالت کلی یا رگرسیون کلاسیک (رگرسیون معمولی) که خروجی حاصل از آن در جدول زیر قابل مشاهده است مقدار مجموع مربعات باقی مانده حاصل از مدل ۱۰/۱۷۴ و مقدار مربعات باقی مانده تعدیل شده ۰/۳۵ است. اما زمانی که مدل رگرسیون وزن دار فضایی به کار گرفته می‌شود. مقدار مجموع مربعات باقی مانده حاصل از مدل ۷۰/۲۸ و مربعات باقی مانده تعدیل شده ۰/۵۳ می‌باشد.

جدول ۴: مقایسه نتایج حاصل از مدل OLS و GWR برای متغیر تراکم ساختمانی

پارامترهای مدل	OLS	GWR
مجموع مربعات باقیمانده	۱۰/۱۷۴	۷۰/۲۸
تعداد متغیرهای تاثیر گذار	۴	۴۵/۹۵
Sigma	۰/۳	۰/۲۵
معیار Akaike	۵۱۵/۱۹	۱۹۷/۸۸
ضریب تعیین	۰/۳۵	۰/۵۵
ضریب تعیین تصحیح شده	۰/۳۵	۰/۵۳

در واقع مقدار مربعات باقی مانده تعدیل شده (به عنوان شاخص خوبی انطباق) از ۰/۳۵ به ۰/۵۳ افزایش داشته و مقدار مجموع مربعات باقی مانده از ۱۰۱/۷۴ به ۷۰/۲۸ کاهش یافته است. این امر نشان دهنده کاهش خطا و افزایش دقت در برآورد متغیر وابسته و بیانگر برتری مدل رگرسیون وزن دار فضایی در این زمینه می باشد. متغیرهای تراکم جمعیتی بلوک‌ها، قیمت زمین و نسبت ناخالص افراد با سواد در بلوک‌ها در سطح اطمینان ۹۵ درصدی دارای رابطه معنادار با متغیر تراکم ساختمانی هستند.

نقشه‌های خروجی حاصل از مدل رگرسیون وزن دار فضایی برای متغیر تراکم ساختمانی در ادامه آمده است.

نقشه ضریب پارامتر نسبت ناخالص افراد باسواد در مدلسازی تراکم ساختمانی

نقشه ضریب پارامتر قیمت زمین در مدلسازی تراکم ساختمانی

نقشه مجذور ضریب تعیین در مدلسازی تراکم ساختمانی (تصویر ۲)

تصویر ۲: نقشه‌های خروجی حاصل از مدل GWR برای متغیر تراکم ساختمانی



چنانچه در نقشه‌های خروجی حاصل از مدل می‌توان دید ضرایب رگرسیون برای هر بلوک مشخص بوده و همین خصیصه رگرسیون وزن دار فضایی سبب کاهش خطا در برنامه‌ریزی‌های آینده است.

## ۲-۴- مدل برآورد تراکم جمعیتی

همانند روشی که برای متغیر تراکم ساختمانی به کار برده شد، ابتدا یکایک متغیرها به صورت جداگانه با متغیر وابسته، مورد آزمون مدل قرار گرفته و در نهایت متغیرهایی که دارای معناداری با متغیر وابسته پس از اعمال آزمون مونت کارلو بودند انتخاب شده و سپس همگی به صورت همزمان وارد مدل شدند. متغیرهایی که دارای معناداری به صورت جداگانه بودند عبارتند از: نسبت ناخالص افراد باسواد، نسبت ناخالص مرد با سواد، نسبت ناخالص افراد بی سواد، نسبت ناخالص زنان بی سواد، نسبت ناخالص افراد مهاجر، نسبت ناخالص مردان مهاجر، نسبت ناخالص زنان شاغل و نسبت ناخالص افرادی که در این شهر متولد شده‌اند.

این ۸ متغیر وارد مدل رگرسیون وزن دار فضایی شده و از این لحظه با هر بار کاربرد مدل، متغیری که دارای کمترین معناداری با متغیر وابسته باشد، حذف شده و در مرحله بعدی، مدل رگرسیون وزن دار فضایی بدون این متغیر و با بقیه متغیرها آزموده خواهد شد. این الگوریتم تا جایی تکرار می‌شود که تمام متغیرهای باقی مانده در مدل معنادار شده و نیز شاهد مقادیر مناسب در مجموع مربعات باقی مانده و مربعات باقی مانده تعدیل شده باشیم. روند فوق در جدول زیر قابل مشاهده است.



جدول ۵: برآورد مربعات باقی مانده تعدیل شده و مجموع مربعات باقی مانده بهینه (متغیر تراکم جمعیتی به عنوان متغیر وابسته)

مدل	پارامترها	مدل رگرسیون ۱	مدل رگرسیون ۲	مدل رگرسیون ۳	مدل رگرسیون ۴	مدل رگرسیون ۵
OLS	RSS	۳۷,۵۳۹,۱۷۳	۳۷,۵۳۹,۲۱۰	۳۷,۶۲۱,۷۰۷	۳۸,۲۹۶,۸۳۰	۳۸,۳۴۹,۶۳۳
	Adj R Sqr	۰/۱۶۶۹	۰/۱۶۷۷	۰/۱۶۶۶	۰/۱۵۲۴	۰/۱۵۲۱
GWR	RSS	۲۸,۲۳۷,۰۰۲	۲۷,۵۷۰,۶۰۸	۲۸,۳۴۰,۹۱۸	۲۹,۲۱۸,۷۰۶	۲۹,۴۹۸,۸۶۱
	Adj R Sqr	۰/۳۴۹۷	۰/۳۶۴۳	۰/۳۵۰۳	۰/۳۳۴۶	۰/۳۳۱۳
Sig Vars	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
	d-edu	n/s	n/s	d-edu	d-edu	d-edu
	d-edu-m	n/s	n/s	n/s	n/s	Removed
	d-nedu	n/s	n/s	n/s	d-nedu	n/s
	d-nedu-f	n/s	Removed	-	-	-
	d-mig	n/s	n/s	n/s	Removed	-
	d-mig-m	n/s	n/s	n/s	n/s	d-mig-m
	d-emp-f	n/s	n/s	Removed	-	-
d-born-in	d-born-in	d-born-in	d-born-in	d-born-in	d-born-in	

در جدول فوق چنانچه ملاحظه می‌گردد مدل رگرسیون ۵، مدل مناسبی برای استفاده از متغیرهای انتخابی با مدل رگرسیون وزن دار فضایی می‌باشد. در حالت کلی یا رگرسیون کلاسیک (رگرسیون معمولی) که خروجی حاصل از آن در زیر قابل مشاهده است، مقدار مجموع مربعات باقی مانده حاصل از مدل ۳۸۳۴۹۶۳۳ و مقدار مربعات باقی مانده تعدیل شده ۰/۱۵۲ است و برای حالتی که از روش رگرسیون وزن دار فضایی استفاده می‌شود، مقدار مجموع مربعات باقی مانده حاصل از مدل ۲۹۴۹۸۸۶۱ و مقدار مجذور ضریب تعیین ۰/۳۳۱ می‌باشد. همانطور که ملاحظه می‌شود مربعات باقی مانده تعدیل شده از ۰/۱۵۲ به ۰/۳۳۱ افزایش یافته و همچنین شاهد کاهش مقدار مجموع مربعات باقیمانده از ۳۸۳۴۹۶۳۳ به ۲۹۴۹۸۸۶۱ هستیم که نشان دهنده کاهش خطا و افزایش دقت بیشتر در مدل رگرسیون وزن دار فضایی است.

جدول ۶: مقایسه نتایج حاصل از مدل OLS و GWR برای متغیر تراکم جمعیتی

پارامترهای مدل	OLS	GWR
مجموع مربعات باقی مانده	۳۸۳۴۹۶۳۳	۲۹۴۹۸۸۶۲
تعداد متغیرهای تأثیرگذار	۵	۳۱/۸۵
Sigma	۱۸۷/۳۹	۱۶۶/۴۱
معیار Akaike	۱۴۶۰۱/۹۵	۱۴۳۶۹/۸۳
ضریب تعیین	۰/۱۵	۰/۳۵
ضریب تعیین تصحیح شده	۰/۱۵	۰/۳۳۱۳۳۱

برای آزمون معنی داری در ارتباط با متغیر تراکم جمعیتی، متغیرهای نسبت ناخالص افراد با سواد در بلوک‌ها، نسبت ناخالص افرادی که در این شهر متولد شده‌اند و نسبت ناخالص مهاجرین مرد بلوک‌ها، در سطح اطمینان ۹۵٪ معنادار می‌باشند. نقشه‌های خروجی حاصل از مدل رگرسیون وزن دار فضایی برای متغیر تراکم جمعیتی در ادامه مقاله موجود است.

نقشه ضریب پارامتر نسبت ناخالص افراد با سواد در مدل‌سازی تراکم جمعیتی  
نقشه ضریب پارامتر نسبت ناخالص مردان مهاجر در مدل‌سازی تراکم جمعیتی  
نقشه مجذور ضریب تعیین در مدل‌سازی تراکم جمعیتی (تصویر ۳)

تصویر ۳: نقشه‌های خروجی حاصل از مدل GWR برای متغیر تراکم جمعیتی



نکته بسیار مهمی که در اینجا باید بدان اشاره نمود مقایسه تفاوت در نقشه باقی‌مانده‌های استاندارد حاصل از دو مدل رگرسیون معمولی و رگرسیون وزن دار فضائی است. در مقایسه این نقشه‌ها که به ترتیب زیر به صورت نقشه باقی‌مانده استاندارد در مدلسازی تراکم ساختمانی با استفاده از رگرسیون کلی، نقشه باقی‌مانده استاندارد در مدلسازی تراکم جمعیتی با استفاده از رگرسیون کلی، نقشه پیوست باقیمانده استاندارد در مدلسازی تراکم ساختمانی با استفاده از رگرسیون وزن دار فضائی، نقشه باقیمانده استاندارد در مدلسازی تراکم جمعیتی با استفاده از رگرسیون وزن دار فضائی نشان داده شده است. قسمت‌های تیره رنگ نشان دهنده باقیمانده صفر یا بسیار نزدیک به صفر است و همان‌طور که مشاهده می‌شود در نقشه خروجی حاصل از مدل رگرسیون وزن دار فضایی برای هر دو متغیر شاهد افزایش این رنگ که نشان دهنده خطای کمتر در مدل است، هستیم (تصویر ۴).

تصویر ۴: نقشه‌های مربوط به باقی‌مانده‌های استاندارد دو مدل OLS و GWR



## ۵. جمع بندی

به طور واضح یک رگرسیون کلاسیک که در فضا مقطوع است، نمی تواند به درستی و دقت، رابطه میان متغیرهای توضیحی و وابسته را وقتی که رابطه در بعضی بخش های منطقه مورد مطالعه، مثبت و در بعضی دیگر منفی است مشخص نماید. مدل های منطقه ای / شهری به طور ساده ناهمسانی فضایی را در فرآیندها تشخیص نمی دهند. در مدل های نظری نیاز است که وارونگی نتایج منطقه ای توضیح داده شود. رگرسیون موزون جغرافیایی به عنوان امکان جهت یابی این تحقیق ها و ایجاد ابزاری قوی و موثر برای تحلیل کامل رگرسیون کلاسیک مورد استفاده قرار می گیرد. علاوه بر این، رگرسیون کلاسیک به دلیل ماهیت کل نگر، در آنالیز رابطه خطی میان متغیرهای مستقل و وابسته از دقت کافی برخوردار نیست. رگرسیون وزن دار فضایی رابطه خطی میان متغیرهای مستقل و وابسته - زمانی که مقوله فضا در روابط متغیرها اهمیت می یابد - به عنوان جایگزینی برای رگرسیون فضایی موفق تر عمل می نماید. رگرسیون وزن دار فضایی با تولید داده های فضایی این امکان را بوجود می آورد تا تغییر فضایی در روابط بین متغیرها مورد بررسی قرار گیرد. نقشه هایی که از این داده های فضایی حاصل می شوند نقش کلیدی در تحقیق و تفسیر شرایط موجود بازی می کنند. چنانچه ملاحظه شد استفاده از مدل رگرسیون وزن دار فضایی در نمونه مطالعاتی این تحقیق، موجب دستیابی به شاخص انطباق بالاتر در مدل و نیز کاهش مجموع مجذور خطاها (مقادیر باقی مانده مدل) گردید. ذکر این نکته ضروری به نظر می رسد که برای ادامه این تحقیق، جهت افزایش دقت و کارایی مدل می توان تعداد متغیرهای مستقل بیشتر و تفکیک پهنه مورد مطالعه به نواحی کوچک تر را در نظر گرفت.

بدلیل قابلیت منحصر به فرد رگرسیون وزن دار فضایی در شناسایی و تحلیل روابط میان متغیرها، استفاده از آن در تحلیل های کمی برنامه ریزی شهری و منطقه ای توصیه می شود. در واقع، بهره گیری از این رویکرد می تواند گام نوینی در درک دقیق تر و علمی تر آن دسته از پدیده های شهری باشد که در بستر فضا رخ می دهند.

## پی نوشت

- 1) Geographically Weighted Regression(GWR)
- 2) Stewart Fotheringham
- 3) Martin Charlton
- 4) Chris Brunsdon
- 5) Ordinary Least Squares(OLS)
- 6) Manuel Castells
- 7) Robust Principal Component Analysis(RPCA)
- 8) Land Use Change(LUC)
- 9) Compact City
- 10) Logistic
- 11) Goodness of Fit
- 12) Sungai Petani
- 13) Spatial Statistics
- 14) Simpson Paradox

(۱۵) مراجعه شود به مطلب تناقض سیمپسون.

(۱۶) در اینجا U به عنوان یک موقعیت در پهنه مورد مطالعه معرفی می شود. U می تواند برداری از یک نوع سیستم مختصات باشد مثل سیستم مختصات UTM یا سیستم ژئوئید مثل WGS84. مقیاس هایی که بیشتر مورد استفاده قرار می گیرند سیستم مختصات کارترین  $(u_i, v_i)$  یا سیستم مختصات ژئودتیک است  $(\lambda_i, \theta_i)$

- 17) Weighted Least Squares
- 18) Monte Carlo Simulation Test
- 19) Leung Test

(۲۰) داده های مورد استفاده بر گرفته از داده های آماری سرشماری سال ۸۵ مرکز آمار می باشد.

(۲۱) این متغیر همان تراکم جمعیتی مسکونی می باشد.

(۲۲) این شاخص از تقسیم مساحت زیر بنای ساختمانی احداث شده بر کل مساحت قطعه تفکیکی بدست می آید.

(۲۳) این متغیر شامل قیمت حال حاضر (۱۳۸۹) مسکونی منطقه ۷ تهران می باشد.

(۲۴) این متغیر حاصل تقسیم افراد با سواد هر بلوک به کل جمعیت آن بلوک می باشد.

(۲۵) این متغیر حاصل تقسیم افراد بی سواد هر بلوک به کل جمعیت آن بلوک می باشد.

(۲۶) این متغیر حاصل تقسیم افراد مهاجر هر بلوک به کل جمعیت آن بلوک می باشد.

(۲۷) این متغیر حاصل تقسیم مردان مهاجر هر بلوک به کل جمعیت آن بلوک می باشد.

(۲۸) این متغیر حاصل تقسیم زنان شاغل هر بلوک به کل جمعیت آن بلوک است.

۲۹) عبارتست از حاصل تقسیم افرادی که در این شهر متولد شده‌اند به کل جمعیت.  
 ۳۰) این متغیر حاصل تقسیم مردان با سواد هر بلوک به کل جمعیت آن بلوک می‌باشد.  
 ۳۱) این متغیر حاصل تقسیم زنان بی سواد هر بلوک به کل جمعیت آن بلوک می‌باشد.

32) Stepwise  
 33) R-Square

### منابع

- افروغ، عماد (۱۳۷۷): "فضا و نابرابری اجتماعی، الگویی برای جدایی‌گزینی فضایی و پیامدهای آن"، تهران، دانشگاه تربیت مدرس.  
 - اکبری، نعمت‌الله (۱۳۸۰): "تحلیل فضایی تفضای اجتماعی برای آموزش عالی در ایران"، تهران، دانشگاه تربیت مدرس.  
 - هاشمی، مجید (۱۳۸۱): "تحولات فضاهای عمومی شهری در ایران تحت تاثیر تبادلات فرهنگی ایران و غرب"، تهران، دانشگاه تربیت مدرس.  
 - سازمان شهرداری‌های بزرگ شهر تهران (۱۳۸۵): "شرح خدمات جایگزین طرح تفصیلی منطقه ۷ تهران"، تهران.
- Brunson, C. & Charlton, M. & Fotheringham, S. (2002) "**Geographically Weighted Regression: A Method for Exploring Spatial Non-Stationary, Geographical Analysis**", UK, University of Newcastle Wiley.  
 - Brunson, C. & Charlton, M. & Fotheringham, S. (2002) "**Geographically Weighted Regression: The Analysis of Spatially Varying Relationships**", UK, University Of Newcastle Wiley.  
 - Brunson, C. & Charlton, M. & Fotheringham, S. (2002) "**Modeling the Determinants of Educational Attainment in Georgia**", US, University of Newcastle upon Tyne.  
 - Hanham, R. & Spiker, S. (2004) "**Urban Sprawl Detection Using Satellite Imagery and Geographically Weighted Regression**", US, West Virginia University.  
 - Luo, J. & Wei, Y.H.D. (2007) "**Modeling Spatial Variations of Urban Growth Patterns in Chinese Cities: The Case of Nanjing**", Elsevier.  
 - Manson, S. (2006) "**Robust Principal Component Analysis (RPCA) and GWR- Urbanization in the Twin Cities Metropolitan Area (TCMA)-Debarchana Ghosh**", US, University of Minnesota.  
 - Noresah, M.S. & Ruslan, R. (2009) "**Modeling Urban Spatial Structure Using Geographically Weighted Regression**", Australia, 18th World IMACS / MODSIM Congress.  
 - Simpson, Edward H. (1951) "**Simpson Paradox: The Interpretation of Interaction in Contingency Tables**", Journal of the Royal Statistical Society.  
 - Thapa, R.B. & Murayama, Y. (2009) "**Land Use Change Factors in Kathmandu Valley: A GWR Approach**", Japan, University of Tsukuba.